

Hertentamen Golven en Optica – 20 april 2011

P. Dendooven

Dit tentamen bevat 5 opgaven op 5 paginas.

Opgave 1: Weerkaatsst en doorgelaten relatief vermogen

(in het Engels: “reflectance” en “transmittance”)

Beschouw een cirkelvormige lichtbundel die op een scheidingsvlak tussen 2 media invalt (zie onderstaande figuur). De volgende grootheden worden gedefinieerd:

A : oppervlakte van de lichtbundel op het scheidingsvlak

θ_i : invalshoek

θ_r : weerkaatsingshoek

θ_t : brekingshoek

n_i : brekingsindex van het medium waarin de invallende en weerkaatste stralen zich bewegen

n_t : brekingsindex van het medium waarin de gebroken (of doorgelaten) straal zich beweegt

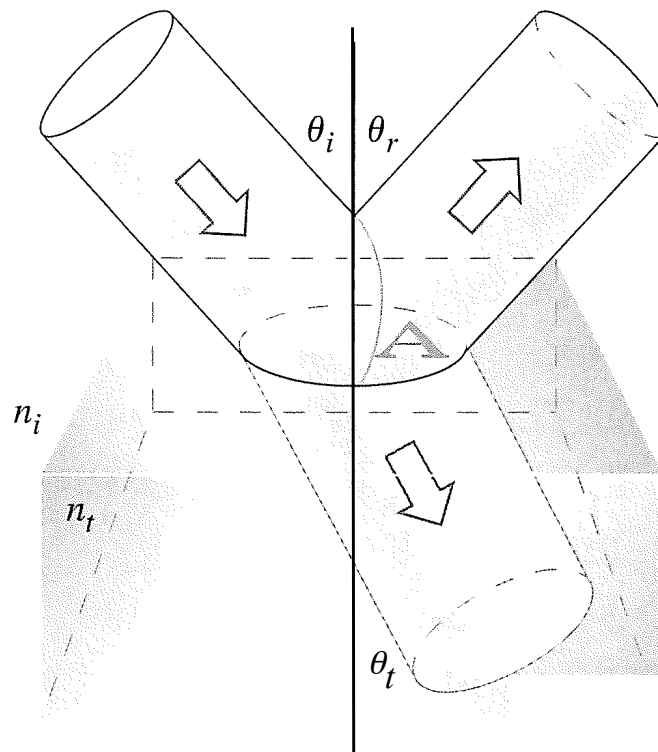


Figure 4.47 Reflection and transmission of an incident beam.

Het vermogen **per oppervlakte-eenheid** (eenheid: W/m^2) van een elektromagnetische golf, de zogenaamde intensiteit, wordt gegeven door

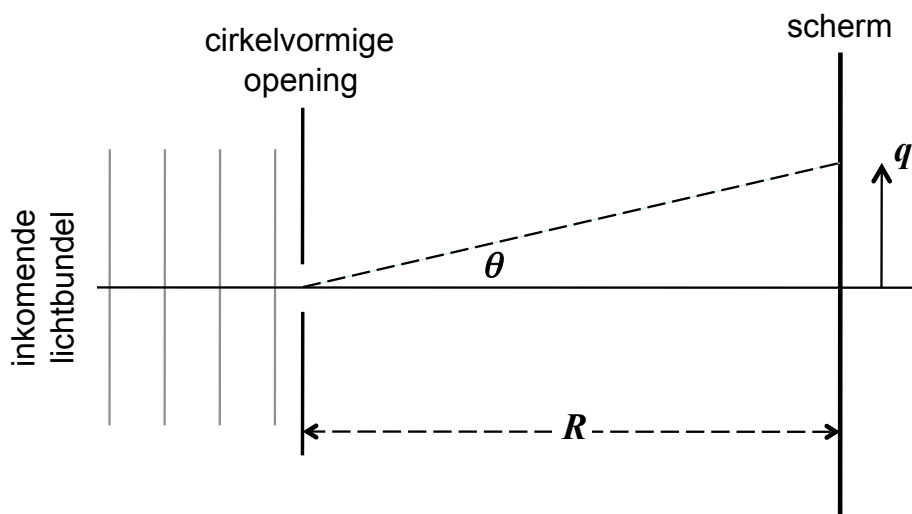
$I = \frac{v \epsilon}{2} E_0^2$, waarbij v de snelheid en E_0 de amplitude van de golf zijn en ϵ de permittiviteit van het medium waarin de golf zich beweegt. Het weerkaatst relatief vermogen R (“reflectance”) wordt gedefinieerd als de verhouding van het weerkaatst en het invallend vermogen. Het doorgelaten relatief vermogen T (“transmittance”) wordt gedefinieerd als de verhouding van het doorgelaten en het invallend vermogen.

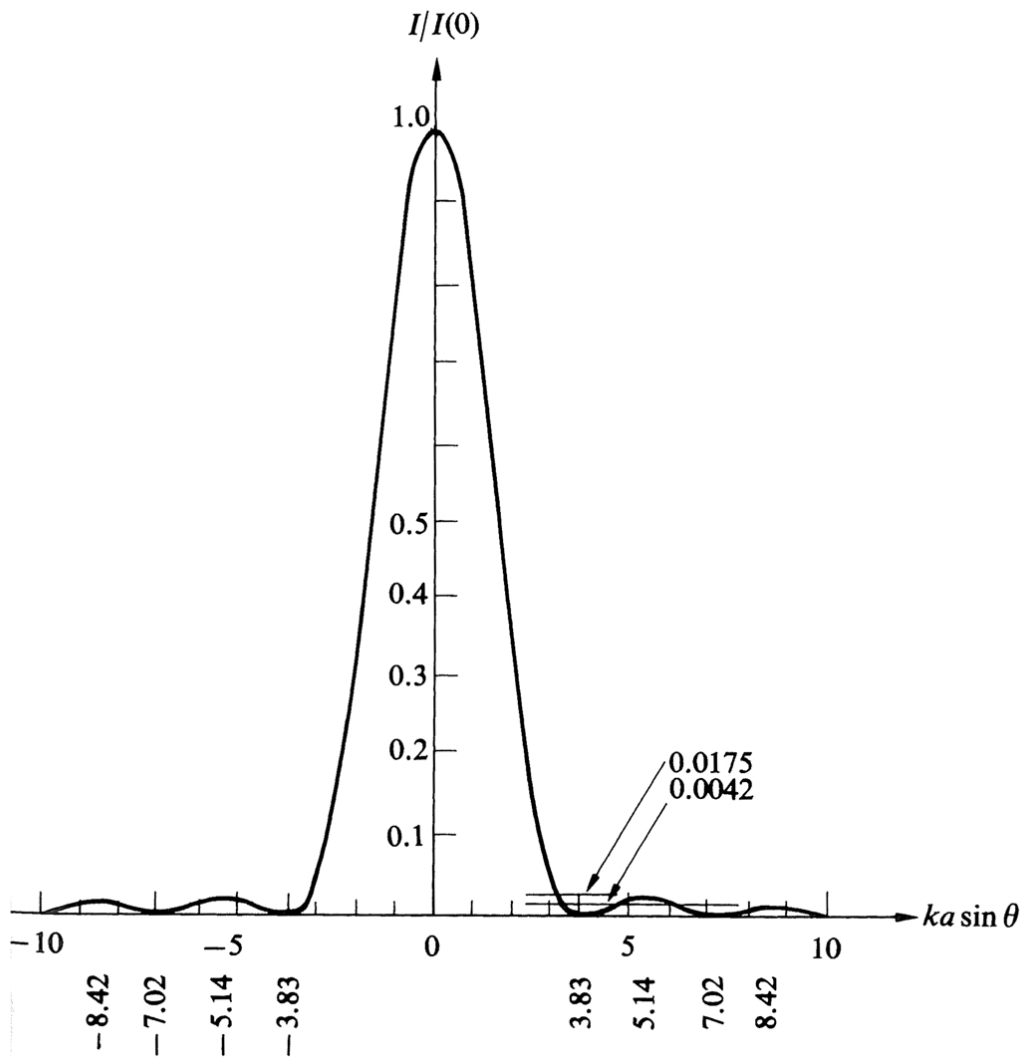
Vragen:

- 1) Leid het verband af tussen R en T en de amplitude reflectie- en amplitude transmissiecoëfficiënten r en t (de zgn. Fresnelcoëfficiënten). Veronderstel hierbij dat de 2 media dezelfde permeabiliteit μ hebben.
- 2) Toon aan dat uit de eis van behoud van energie volgt dat $R + T = 1$.

Opgave 2: Resolutie van een optisch systeem

De diffractie van een lichtbundel aan een cirkelvormige opening met straal a (zie figuur hieronder) resulteert in een diffractiepatroon op een scherm op een afstand R van de opening. De figuur op pagina 3 toont het resulterende intensiteitsdiffractiepatroon, het zgn. Airy-patroon (in de figuur gegeven in functie van de variabele $ka \sin\theta = kaq/R$).





De straal van de centrale piek, de zogenaamde Airy-schijf, wordt gegeven door:

$$q_1 = 1.22 \frac{R \lambda}{2a}$$

Hierbij zijn:

q : afstand van een punt in het scherm tot het centrum van het diffractiepatroon

θ : hoek t.o.v. de loodrechte door het centrum van de opening

k, λ : golfgetal, golflengte van het gebruikte licht

a : straal van de cirkelvormige opening

R : afstand van het scherm tot de opening

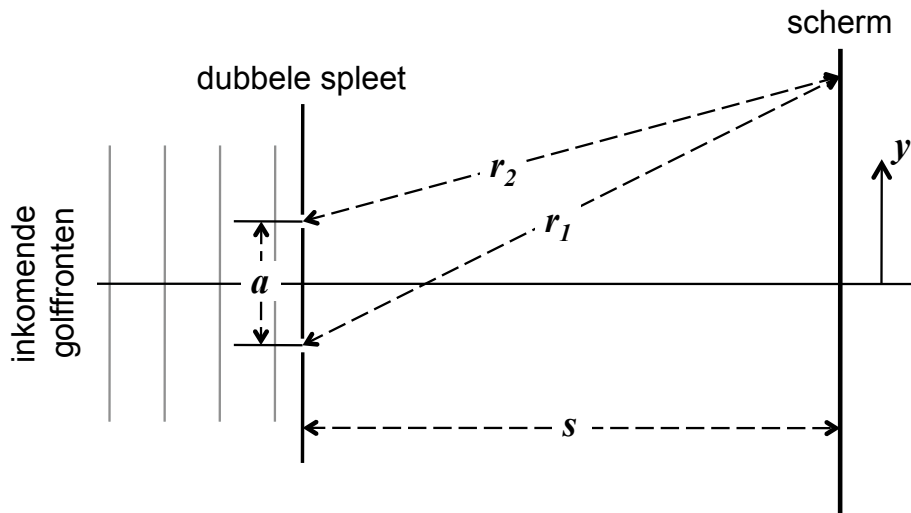
Vragen:

Veronderstel dat de opening vervangen wordt door een lens (diameter D , brandpuntsafstand f). Bespreek de resolutie van een dergelijke lens. Meer bepaald:

- 1) Hoe wordt de hoekresolutie gedefinieerd ?
 - 2) Leid een formule af voor de hoekresolutie in functie van de parameters van de lens en de golflengte van het licht.
 - 3) Wat is de definitie van het oplossend vermogen ?
 - 4) Hoe houdt dit onderwerp verband met
 - a. de ontwikkeling van telescopen gebruikt in de astronomie;
 - b. de lithografie waarmee computerchips gemaakt worden ?
-

Opgave 3: Experiment van Young

Beschouw het experiment van Young: coherent licht valt op twee spleten en de twee doorgelaten golven interfereren waardoor op een scherm een interferentiepatroon ontstaat. Onderstaande figuur verduidelijkt de situatie.



Gebruik de benadering dat $r_1 - r_2 = \frac{a}{s} y$.

Veronderstel dat licht met 2 verschillende golflengtes gebruikt wordt. Één golflengte is bekend: 436 nm. Op het scherm valt het vierde interferentieminimum van het 436 nm licht samen met het derde interferentiemaximum van het andere licht. Wat is de golflengte van dit andere licht ?

Opgave 4: Lineaire polarisatoren

- 1) Ongepolariseerd licht met een intensiteit van 200 W/m^2 valt op een lineaire polarisator met de richting van de transmissie-as op $+10$ graden van de verticale. Wat is de intensiteit van het doorgelaten licht ?
 - 2) **Dit doorgelaten licht** valt vervolgens op een tweede lineaire polarisator, nu met de richting van de transmissie-as op -50 graden ten opzichte van de verticale. Wat is de intensiteit van het doorgelaten licht ?
-

Opgave 5: Sferische spiegels

Een object met een hoogte van 5 cm staat op $+20$ cm links van de vertex van een concave sferische spiegel (het object is dus reëel). De spiegel heeft een focusafstand van $+30$ cm.

- 1) Op welke afstand staat het beeld ?
- 2) Is het beeld reëel of virtueel ?
- 3) Hoe groot is het beeld ?
- 4) Is het beeld rechtopstaand of omgekeerd ?
- 5) Maak een schets van de beeldvorming.

Hieronder aan aantal relevante formules.

de spiegel formule $\frac{1}{s_o} + \frac{1}{s_i} = \frac{1}{f}$

vergroting van een spiegel: $M_T = -\frac{s_i}{s_o}$

met f de brandpuntsafstand, s_o de objectsafstand and s_i de beeldafstand

HERTENTAMEN GOLVEN EN OPTICA - 20 APRIL 2011

①

Opgave 1

- 1) vermogen = intensiteit \times oppervlak
oppervlak inkomende bundel = $A \cos \theta_i$
" weerkaatste " = $A \cos \theta_r$
" gebroken " = $A \cos \theta_t$

$$R = \frac{\text{weerkaastt vermogen}}{\text{invallend vermogen}} = \frac{I_r A \cos \theta_r}{I_i A \cos \theta_i}$$

wet van weerkaatsing: $\theta_r = \theta_i$ (***) $\Rightarrow R = \frac{I_r}{I_i}$

$$R = \frac{n_r E_r E_{or} / 2}{n_i E_i E_{oi} / 2}$$

zelfde medium $\rightarrow n_r = n_i, E_r = E_i$

$$R = \frac{E_{or}^2}{E_{oi}^2} = r^2 \quad \text{volgens definitie van de Fresnel coëfficiënten}$$

$$T = \frac{\text{gebroken vermogen}}{\text{invallend vermogen}} = \frac{I_t A \cos \theta_t}{I_i A \cos \theta_i} = \frac{\frac{1}{2} n_t E_t E_{ot} \cos \theta_t}{\frac{1}{2} n_i E_i E_{oi} \cos \theta_i}$$

voor een elektromagnetische golf: $v = \frac{1}{\sqrt{\mu \epsilon}} = \frac{c}{n}$

$$n^2 \epsilon = \frac{1}{\mu v} = \frac{n}{\mu c} \quad (*)$$

gegeven is: $\mu_t = \mu_i$ (**)

$$T = \frac{n_t \cos \theta_t (E_{ot})^2}{n_i \cos \theta_i (E_{oi})^2} = \frac{n_t \cos \theta_t}{n_i \cos \theta_i} t^2$$

2) behoud van energie:

$$I_i A \cos \theta_i = I_r A \cos \theta_r + I_t A \cos \theta_t$$

$$\frac{n_i^2 \epsilon_i}{2} E_{oi}^2 \cos \theta_i = \frac{n_r^2 \epsilon_r}{2} E_{or}^2 \cos \theta_r + \frac{n_t^2 \epsilon_t}{2} E_{ot}^2 \cos \theta_t$$

gebruik (*), ~~en~~ (**), en (***)

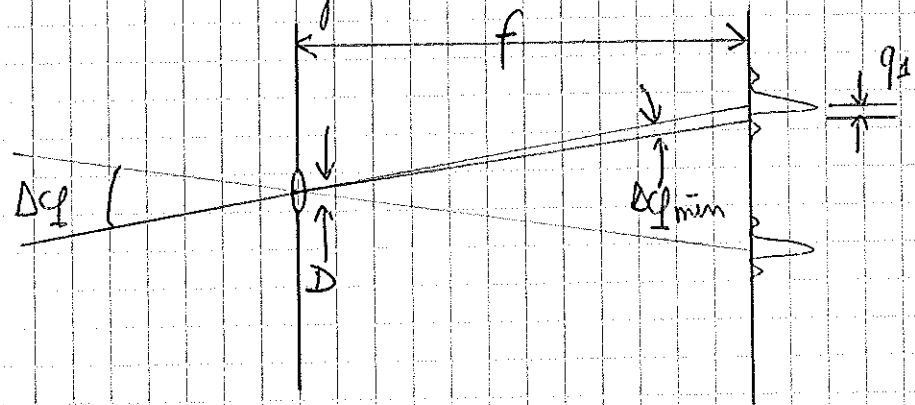
$$n_i E_{oi}^2 \cos \theta_i = n_r E_{or}^2 \cos \theta_r + n_t E_{ot}^2 \cos \theta_t$$

$$1 = \left(\frac{E_{or}}{E_{oi}}\right)^2 + \frac{n_t \cos \theta_t}{n_i \cos \theta_i} \left(\frac{E_{ot}}{E_{oi}}\right)^2$$

$$1 = R + T$$

Opgave 2

de volgende situatie wordt beschouwd



- 1) De hoekresolutie is de kleinste hoek tussen 2 lichtbronnen ($\Delta \alpha_f$) waarvan de Airy-patronen onderscheiden kunnen worden.
- 2) Gebruik het criterium van Rayleigh + 2 Airy-patronen zijn te onderscheiden als het maximum van het ene samenvalt met het eerste minimum van het andere $\Rightarrow \Delta \alpha_{\min}$ zoals aangegeven in de figuur.

voor kleine $\Delta\varphi$ geldt: $\sin \Delta\varphi = \frac{q_1}{F} \approx \Delta\varphi$

dus $\Delta\varphi_{\min} = \frac{q_1}{F}$ $q_1 = 1.22 \frac{F\lambda}{D}$

$$\Delta\varphi_{\min} = 1.22 \frac{\lambda}{D}$$

3) oploosend vermogen = $\frac{1}{\Delta\varphi_{\min}}$

4) a. grotere diameter \rightarrow beter scheidend vermogen

b. kleinere golflengte \rightarrow " " "
 \rightarrow kleinere structuren kunnen gemaakt worden

Opdrave 3

minimum als $r_1 - r_2 = (m + \frac{1}{2})\lambda$ $m = 0, 1, 2, \dots$

maximum als $r_1 - r_2 = m\lambda$ m

4^e minimum: $m = 3 \rightarrow y_1 = \frac{5}{a} 3.5 \lambda_1$

3^e maximum: $m = 2 \rightarrow y_2 = \frac{5}{a} 2 \lambda_2$

gegeven dat deze samen vallen: $y_1 = y_2$

$$\lambda_2 = \frac{3.2}{2} \lambda_1 = \frac{3.5}{2} 436 \text{ nm} = 763 \text{ nm}$$

Opgave 4

4

- 1) ongepolariseerd licht verliest 50% van zijn intensiteit doorheen een lineaire polarisator
er blijft dus 100 W/m^2 over
- 2) gebruik de wet van Malus: de intensiteit van lineair gepolariseerd licht na een lineaire polarisator is $I_0 \cos^2 \theta$,
met I_0 : inkomende intensiteit
 θ : hoek tussen de polarisatie-richting van het inkomende licht en de polarisatie-as van de polarisator

$$I_0 = 100 \text{ W/m}^2$$

$$\theta = +10 - (-50) = 60^\circ$$

$$I = 100 \cos^2 60$$
$$= 25 \text{ W/m}^2$$

Opdrave 5

1) $\frac{1}{s_i} = \frac{1}{f} - \frac{1}{s_o} = \frac{1}{30} - \frac{1}{20} \rightarrow s_i = -60 \text{ cm}$

2) $s_i < 0 \rightarrow$ beeld rechts van vertex = virtueel beeld

3) $M_T = -\frac{-60}{20} = 3$

beeldgrootte = $3 \times 5 = 15 \text{ cm}$

4) $M_T > 0 \rightarrow$ rechtopstaand beeld

